**GÓC NỘI TIẾP**

**A. Lý thuyết**

**1. Định nghĩa:** Góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn gọi là góc nội tiếp ().

**Lưu ý:** Cung nằm bên trong góc nội tiếp được gọi là cung bị chắn,

**2. Định lý:** Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

sđ sđ

**3. Hệ quả:** Trong một đường tròn

a) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau và ngược lại.



b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau



c) Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng ) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung

d) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

**B. Bài tập**

**Dạng 1: Chứng minh các góc bằng nhau, các đoạn thẳng bằng nhau**

**Cách giải:** Dùng hệ quả trong phần lý thuyết

**Bài 1:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Lấy M là điểm tùy ý trên nửa đường tròn (M khác A và B). Kẻ MH vuông góc với AB (). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn (O) vẽ hai nửa đường tròn tâm , đường kính AH và tâm  đường kính BH. Đoạn MA và MB cắt hai nửa đường tròn () và () lần lượt tại P và Q. Chứng minh rằng:

a)  b) 

c) PQ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn () và ().

**Lời giải**

a) Ta có:  là hình chữ nhật 

b) Xét các tam giác vuông AHM và BHM ta có: 

c)  là tiếp tuyến của 

Chứng minh tương tự ta có  là tiếp tuyến của .

**Bài 2:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH và nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính AM

a) Tính 

b) Chứng minh: 

c) Gọi N là giao điểm của AH với (O). Tứ giác BCMN là hình gì? Vì sao?

**Lời giải**

a) Ta có:  (góc nội tiếp)

b) Ta có: 



c)  là hình thang

 sđ = sđ

 hình thang cân.

**Bài 3:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và dây AC căng cung AC có số đo bằng 600

a. So sánh các góc của 

b. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của các cung AC và BC, hai dây AN và BM cắt nhau tại I. Chứng minh rằng CI là tia phân giác của 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) AN là phân giác của góc A, BM là phân giác của góc B nên CI là phân giác của góc C (đpcm)

**Bài 4:** Cho  cân tại A (). Vẽ đường tròn đường kính AB cắt BC tại D, cắt AC tại E. CMR:

a.  cân b. 

**Lời giải**

a)  là phân giác của 

 cân tại D

b) .

**Dạng 2: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc, ba điểm thẳng hàng**

**Bài 5:** Cho đường tròn (O) và hai dây MA, MB vuông góc với nhau. Gọi I, K lần lượt là điểm chính giữa của các cung nhỏ MA và MB.

a) Chứng minh ba điểm A, O, B thẳng hàng

b) Gọi P là giao điểm của AK và BI. Chứng minh P là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB.

**Lời giải**

a) Ta có:  và AB là đường kính của đường tròn (O)  thẳng hàng.

b) Ta có: AK, BI là phân giác của góc 

P là tâm đường tròn nội tiếp 

**Bài 6:** Cho đường tròn (O), đường kính AB, điểm D thuộc đường tròn. Gọi E là điểm đối xứng với A qua D

a) Tam giác ABE là tam giác gì?

b) Gọi K là giao điểm của EB với (O). Chứng minh 

**Lời giải**

a) Xét  có BD đồng thời là đường cao, đường trung tuyến nên  cân tại B.

b) Xét  có OD là đường trung tuyến 

mà:  () 

**Bài 7:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AF

a) Tứ giác BFCH là hình gì?

b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm H, M, F thẳng hàng

c) Chứng minh 

**Lời giải**

a) Tứ giác BFCH có các cạnh đối song song nên là hình bình hành.

b) Tứ giác BHCF là hình bình hành mà M là trung điểm của BC nên M là trung điểm của HF  thẳng hàng.

c) Xét  có OM là đường trung bình của



**Bài 8:** Cho đường tròn (O) đường kính AB, điểm D thuộc (O). Gọi E là điểm đối xứng với A qua D

a.  là tam giác gì

b. Gọi K là giao điểm của EB với (O), Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a.  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

 cân tại B

b) 

**Bài 9:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R và điểm C nằm ngoài nửa đường tròn. CA cắt nửa đường tròn tại M, CB cắt nửa đường tròn tại N. Gọi H là giao điểm của AN và BM

a. 

b. Gọi I là trung điểm của CH. Chứng minh rằng MI là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O)

**Lời giải**

a. Ta có H là trực tâm của tam giác 

b. Cần chứng minh 

+) có: 

+) 

**Bài 10:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và điểm C di động trên nửa đường tròn đó. Vẽ đường tròn (I) tiếp xúc với đường tròn (O) tại C và tiếp xúc với đưuòng kính AB tại D, đường tròn này cắt CA, CB lần lượt tại các điểm thứ hai là M và N. Chứng minh rằng:

a. M, N, I thẳng hàng b. 

**Lời giải**

a. 

Xét (I), có:  thẳng hàng

b. Đường tròn (O) và (I) tiếp xúc với nhau tại C nên O, I, C thẳng hàng



**Bài 11:** Cho  nhọn nội tiếp đường tròn (O). Đường cao BM, CN cắt nhau tại H và cắt đường tròn lần lượt tại E và F, chứng minh rằng

a. A là điểm chính giữa cung FE b. EF // MN

c. 

d. AH không đổi khi A di động trên cung lớn BC e. F đối xứng với H qua AB

**Lời giải**

a.  (phụ góc )  (chắn bởi hai góc nội tiếp bằng nhau)  là điểm chính giữa 

b) 



d) Kẻ đường kính AD và gọi I là trung điểm của BC 

Ta có:



 là hình bình hành.

Mà I là trung điểm của BC nên I là trung điểm của HD

+) Xét  ( không đổi )

e. Ta có:  ( chắn hai cung bằng nhau )

Xét  có BN là đường cao, đường phân giác nên cân tại B  là đường trung tuyến  là trung điểm của FH hay F đối xứng với H qua AB.

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính  và điểm C nằm ngoài nửa đường tròn và cùng phía với nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB và chứa nửa đường tròn. Đường thẳng CA cắt nửa đường tròn ở M, CB cắt nửa đường tròn ở N. Gọi H là giao điểm của AN và BM.

a. Chứng minh 

b. Gọi I là trung điểm của CH. Chứng minh MI là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).

**Lời giải**

a)

b)

**Bài 2:** Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm C chạy trên một nửa đường tròn. Vẽ đường tròn (I) tiếp xúc với (O) tại C và tiếp xúc với đường kính AB tại D

a. Nêu cách vẽ đường tròn (I) nói trên

b. Đường tròn (I) cắt CA, CB lần lượt tại các điểm thứ hai là M, N. Chứng minh ba điểm M, N, I thẳng hàng

c) Chứng minh đường thẳng CD đi qua điểm chính giữa nửa đường tròn (O) không chứa C

**Lời giải**

a)

b)

c)